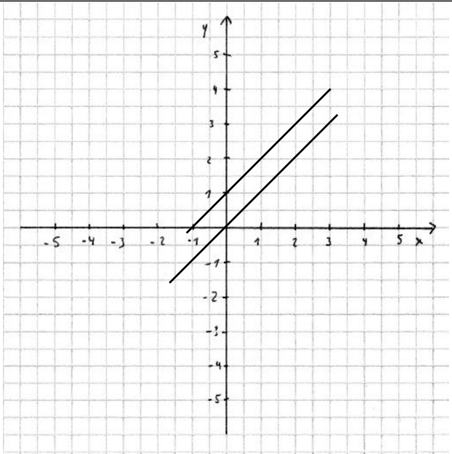
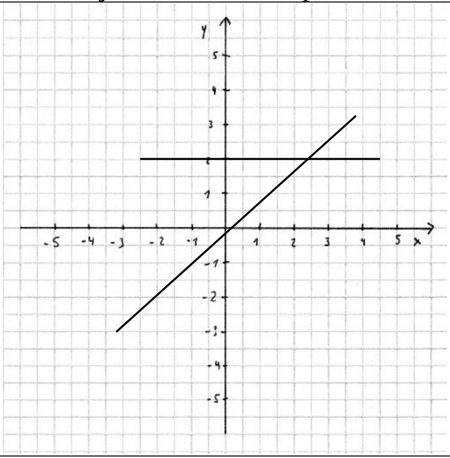
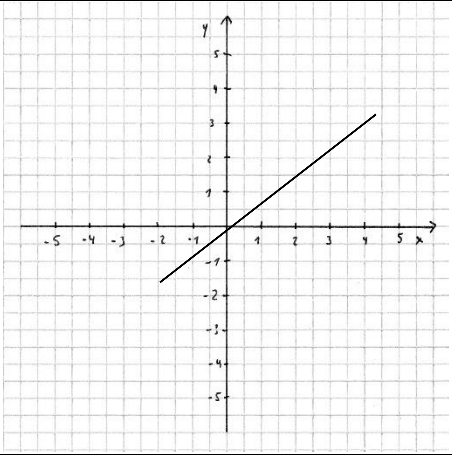
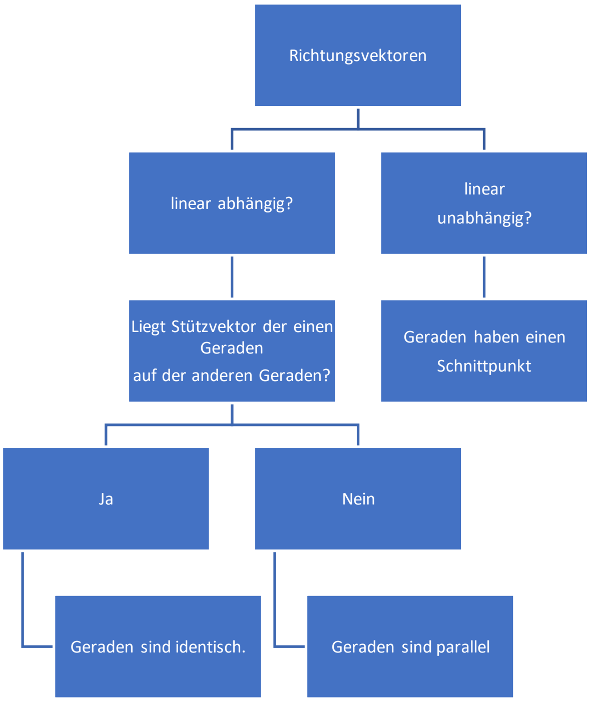
Lage zweier Geraden im IR²

Zwei Geraden können zueinander:

Parallel sein, also keine Schnittpunkte	Sich schneiden, also einen Schnittpunkt haben	Sich schneiden, also unendlich viele Schnittpunkte
Finde jeweils ein Beispiel im R²		
		
$g: \overline{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $g: \overline{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$g: \overline{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $g: \overline{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$g: \overline{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $g: \overline{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

Wie verhalten sich jeweils die Ortsvektoren und die Richtungsvektoren zueinander.
Entwickle ein Schaubild



Versuche nun durch Rechnung die Lage zu ermitteln.
Das bedeutet: Wir bestimmen die Anzahl der Schnittpunkte, indem wir die Geraden gleichsetzen.
Erhalten wir beim Gleichsetzen, dass es keinen Schnittpunkt gibt, sind die Geraden parallel,
gibt es unendlich viele Schnittpunkte, dann sind die Geraden identisch. Ansonsten erhalten wir eine konkrete Lösung für r. Das bedeutet, dass die Geraden einen Schnittpunkt haben.

Achtung: Ein „s“ zuerst in einen anderen Buchstaben ändern, z.B. „t“
Gleichsetzungsverfahren

$$\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$$

I 0 + s = 0 + t => s = t
II 1 + s = 0+ t => 1+s = t

I in II 1 + t = t |-1
1 = 0

WIDERSPRUCH !!!

IL = { }

- ⇨ Es gibt keinen Schnittpunkt
- ⇨ Die Geraden sind echt parallel

Gleichsetzungsverfahren

$$\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$$

I 0 + s = 0 + t => s = t
II 0 + s = 2 + 0 => s = 2

II = I t = 2

s = 2 braucht man nicht mehr errechnen, daher gilt folgende Lösung für s und t:
IL = (2; 2)

Um den Schnittpunkt nun zu errechnen, setzt man s oder t in die jeweilige Gleichung ein

$$\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$$

oder:

$$\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$$

=> Schnittpunkt bei S(2 | 2)

Gleichsetzungsverfahren

$$\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$$

I 0 + s = 1 + 2t => s = 1 + 2t
II 0 + s = 1 + 2t => s = 1 +2t

I in II 1 + 2t = 1 + 2t
t = t | -t
0 = 0 wahre Aussage

- ⇨ Es gibt unendlich viele Schnittpunkte.
- ⇨ Geraden liegen aufeinander, bzw. sind identisch